



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Metoda elementów skończonych

### Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka w technice

Studia w zakresie (specjalność)

Poziom studiów

drugiego stopnia

Forma studiów

stacjonarne

Rok/semestr

1/2

Profil studiów

ogólnoakademicki

Język oferowanego przedmiotu

polski

Wymagalność

obieralny

### Liczba godzin

Wykład

30

Laboratoria

30

Inne (np. online)

0

Ćwiczenia

0

Projekty/seminaria

0

### Liczba punktów ECTS

4

### Wykładowcy

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

mgr inż. Marcin Stasiak

marcin.stasiak@put.poznan.pl

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

### Wymagania wstępne

Analiza matematyczna, algebra liniowa, podstawy analizy funkcjonalnej i metod numerycznych

### Cel przedmiotu

Przedmiot ma na celu opanowanie przez studenta podstawowej wiedzy i umiejętności z zakresu rozwiązywania zagadnień brzegowych oraz brzegowo-początkowych równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Dodatkowo student po odbyciu kursu powinien znać podstawy matematyczne metody elementów skończonych oparte na analizie funkcjonalnej.

### Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza

1. Ma pogłębioną wiedzę w wybranej dziedzinie matematyki teoretycznej i stosowanej
2. Zna zaawansowane techniki obliczeniowe
3. Zna dobrze co najmniej jeden pakiet oprogramowania numerycznego

Umiejętności

1. Potrafi konstruować modele matematyczne, wykorzystywane w konkretnych zaawansowanych



zastosowaniach matematyki

2. Potrafi stworzyć algorytm numeryczny pozwalający na rozwiązanie danego problemu inżynierskiego lub naukowego, potrafi zaimplementować oraz przetestować algorytm w wybranym oprogramowaniu numerycznym

Kompetencje społeczne

1. Zna ograniczenia własnej wiedzy i możliwość popełnienia błędu przez niego samego i innych
2. Jest gotowy myśleć i działać w sposób kreatywny, biorąc pod uwagę bezpieczeństwo, ergonomię pracy oraz ekonomiczne aspekty
3. Rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób

### Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Egzamin ustny z części wykładowej. Sprawozdania z zaprojektowanych algorytmów numerycznych.

### Treści programowe

1. Pojęcia wstępne (wykład)

- przestrzenie unormowane
- równania różniczkowe zwyczajne oraz cząstkowe, klasyfikacja równań cząstkowych, zagadnienie początkowe i brzegowe oraz początkowo-brzegowe
- funkcje ortogonalne, bazy ortogonalne i ortonormalne
- przestrzenie Hilberta, przestrzeń  $L_2(\Omega)$

2. Wstęp do elementów skończonych

- przestrzeń liniowa, stosowane przestrzenie funkcyjne, normy tych przestrzeni, funkcje bazowe
- przestrzenie  $P_1(I)$ ,  $V_h(I)$
- interpolacja i aproksymacja w przestrzeni  $V_h(I)$
- projekcja  $L_2$  w przestrzeni  $V_h(I)$
- ścisła definicja elementu skończonego oraz parkietu

3. Metoda elementów skończonych w zagadnieniach jednowymiarowych (zagadnienia stacjonarne i niestacjonarne)

- zagadnienia brzegowe liniowych równań różniczkowych zwyczajnych rzędu II niejednorodnych
- algorytm postępowania w typowym zagadnieniu (dyskretyzacja, wyznaczenie równań dla elementów, sklejanie macierzy elementów, wprowadzenie warunków brzegowych, rozwiązanie numeryczne)
- jednowymiarowe elementy liniowe i kwadratowe
- lokalna transformacja układu współrzędnych
- algorytm generowania i sklejania macierzy elementów
- własności macierzy sztywności

4. Metoda elementów skończonych w zagadnieniach jednowymiarowych (zagadnienia niestacjonarne)

- sformułowania dla jednowymiarowego jednorodnego równania dyfuzji oraz jednowymiarowego jednorodnego równania falowego
- aproksymacja pochodnej po czasie schematami różnicowymi
- generowanie półciągłej siatki czasoprzestrzennej



5. Metoda elementów skończonych w zagadnieniach dwuwymiarowych (zagadnienia stacjonarne)

- generowanie siatek dwuwymiarowych
- elementy trójkątne
- elementy czworokątne
- wielomiany Lagrange i Serendipa

6. Matematyczne podstawy metody elementów skończonych, twierdzenie Riesz, twierdzenie Laxa-Milgrama

### Metody dydaktyczne

Wykład: tradycyjny oraz problemowy - dyskusja ze słuchaczami nad rozwiązaniem danego problemu

Laboratorium: tworzenie algorytmów numerycznych i rozwiązywanie numeryczne wybranych zagadnień danych równaniami różniczkowymi

### Literatura

#### Podstawowa

1. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals, Olek C. Zienkiewicz, Robert L. Taylor, J.Z. Zhu, Elsevier 2005
2. Wprowadzenie do Metody Elementów Skończonych, Adam Grabarski, Iwona Wróbel, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2008
3. Metody Numeryczne Zagadnienia Początkowo-Brzegowe, Radosław Grzymkowski, Adam Kapusta, Iwona Nowak, Damian Słota, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 2009
4. Zbiór Zadań z Metod Matematycznych Fizyki, W. Władimirow, PWN Warszawa 1979
5. Analiza numeryczna zagadnień fizyki matematycznej, Gurij Iwanowicz Marczuk, PWN Warszawa 1983
6. Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Mass Transfer, Perumal Nithiarasu, Roland W. Lewis, Kankanhalli N. Seetharamu, John Wiley & Sons USA 2004
7. Extended Finite Element Method: Theory and Applications, Amir R. Khoei, John Wiley & Sons USA 2015
8. The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics, J. N. Reddy, D.K. Gartling, CRC Press 2010

#### Uzupełniająca

1. An Introduction to Partial Differential Equations with MATLAB, Matthew P. Coleman, CRC Press 2013
2. Numerical Methods and Modelling for Chemical Engineers, Mark E. Davis, John Wiley & Sons Canada 1984
3. A modern introduction to differential equations, Henry Ricardo, Elsevier Canada 2009
4. Beginning Partial Differential Equations, Peter V. O'Neil, Wiley-Interscience 2008



**Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta**

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	100	4,0
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	60	3,0
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych, przygotowanie do zaliczenia wykładu, wykonanie projektu) <sup>1</sup>	40	1,0

<sup>1</sup> niepotrzebne skreślić lub dopisać inne czynności